

## NOTES AL PEU DE KEPLER

Gerard Gil (Maig 2016)

*Però ara, Urania, es necessita un so més potent mentre pujo per l'escala harmònica dels moviments celestials cap a coses més altes en les que el ver arquetip del teixit del món es manté ocult. Seguiu vosaltres, oh músics moderns, i jutgeu l'assumpte d'acord amb les vostres arts, que eren desconegudes en l'antiguitat.*

(Johannes Kepler, Harmonices Mundi, 1619)

### Proemi

La música de les esferes, o la suposada proporció harmònica entre les òrbites dels diferents planetes enunciada ja per Pitàgores, va ser només una quimera fins que, el 1619, Johannes Kepler va donar-li una forma matemàtica i empíricament convincent en el seu llibre *Harmonices Mundi*.

En el present experiment, hem invocat l'esperit de Kepler i, partint de la mateixa idea que ell, hem mirat de reencarnar el problema incorporant en el procediment dades astronòmiques i tecnologies acústiques no disponibles en temps de l'insigne astrònom. El text que segueix, va adreçat als músics que vulguin seguir-ne el procés amb cert detall. Ens ha mogut la simple curiositat d'escoltar directament les proporcions planetàries, però el joc ha desembocat, per sorpresa nostra, en algunes troballes curioses que detallarem tot seguit i, esperem, afegeixin un contrapunt a les de Kepler.

### Transformació de períodes orbitals en notes musicals

Comencem, doncs, per elucidar la millor manera de representar auditivament el moviment planetari. Constatem d'entrada que els planetes no produeixen so pròpiament dit a causa de que a l'espai no hi ha aire i, encara que n'hi hagués, els seus cicles quedarien de llarg per sota de la freqüència del lllindar d'audició humà.

Tot i això, podem mirar de fer una traducció el més directa possible de dades astronòmiques al llenguatge musical. El procediment més obvi es basa en el fet que tant les òrbites dels planetes com les notes musicals són cicles, si bé els primers són cicles molt més lents de cossos orbitant al voltant del sol i les segones cicles rapidíssims de variació en la pressió de l'aire. Com en tota transposició, hi ha un punt arbitrari en passar d'un tipus de fenomen a un altre, però les proporcions entre els elements que configuren el sistema (solar en aquest cas) es mantindran inalterades.

Basant-nos en això podríem començar per fer una traducció directa de la durada en dies terrestres de les òrbites planetàries als cicles per segon o Hertz (entre 20 i 20.000) que defineixen les notes audibles. Cal assenyalar, però, que si, per la comoditat que ofereix usar uns nombres que ja es troben, més o menys, en aquest rang entre 20 i 20.000, canviem simplement unes unitats per unes altres, cometriem la imprecisió de traduir un valor que il·lustra temps per cicle a un altre que il·lustra cicles per unitat de temps. Això no ens afectaria massa, ja que estem buscant les proporcions entre valors numèrics i no els valors concrets. Obtindriem, doncs, relacions intervàliques útils, però invertides. És a dir, si

obtinguéssim per aquest sistema que el planeta A és una quinta del planeta B, en realitat voldria dir que B ho és d'A, però la presència d'un interval consonant es faria igualment pal·lesa. Hem preferit, però per evitar possibles confusions, calcular la nota “real” dels planetes expressant la seva òrbita en Hertz i després duplicant per octaves fins encabir les notes dins el rang de freqüències audibles.

Com segurament ja sap el lector, el fenomen de les octaves fa que l'oïda humana percebi una identitat entre notes diferents amb freqüències relacionades per ratios d'1:2. Dit d'una altra manera, si tenim una nota A (La) de 440Hz, en duplicar la seva freqüència (880Hz) tindrem un A més agut i en dividir-la per 2 (220Hz) un A més greu i així successivament. Això ens possibilita agafar les notes i multiplicar-les o dividir-les per 2 iterativament fins tenir-les en un mateix rang tonal que ens permeti apreciar millor les seves relacions. Concretament, hem multiplicat fins tenir les notes en un rang arbitràriament situat vora els 400Hz.

Per realitzar la peça audiovisual que acompanya aquest text, hem generat els sons corresponents als planetes amb l'ajut de mitjans electrònics. Hem triat ones sinusoidals, per ser les més simples i les que millor representen el moviment de translació. Hem dotat, també a cadascuna de les notes d'una pulsació (variació cíclica de volum) proporcional a la durada de la seva òrbita, assignant a l'òrbita terrestre una pulsació arbitrària d'1Hz i calculant les pulsacions dels restants planetes proporcionalment.

Resumint, hem traduït sònicament el període orbital dels planetes de dues maneres diferents: com a nota i com a pulsació. El primer paisatge sonor resultat d'aquest esquema inclou els sis planetes coneguts en temps de Kepler: Mercuri, Venus, Terra, Mart, Júpiter i Saturn, als quals hem afegit Urà, Neptú i Plutó, descoberts més recentment.

Amb aquest procediment, arribem a que la Terra té una freqüència aproximada de 544,3873Hz (-C#) i Venus 442,4676Hz (A). Mercuri correspondria a 565,0879 Hz (+ C#), Mart a 578,8734Hz (- D), Júpiter a 367,0138Hz (F#), Saturn a 591,0622Hz (+ D), Urà 414,5188Hz (G#), Neptú a 422,5987Hz (+G#), i Plutó a 561,6544Hz (+C#). Amb els signes + i - indiquem que la freqüència es passa o no arriba a la corresponent nota especificada per la lletra.

Aquest procediment que acabem de detallar és similar al primer que va dur a terme Kepler per via purament matemàtica. El resultat, un conjunt de notes lleugerament harmònic, el va decebre. Al cap i a la fi, ell buscava en aquestes harmonies la signatura del Creador i, tot i que les proporcions derivades de les dades estaven a les rodalies de les proporcions consonants, no hi acabaven de coincidir del tot. Als ulls de Kepler, mirar de demostrar l'harmonia del cosmos a partir d'unes proporcions aproximades i imperfectes hagués estat equiparar la creació amb una “xapussa” funcional.

Aquest primer model no està, però, desprovist de cert interès harmònic, i podem trobar-hi algunes harmonies aproximades que donen lloc a acords lleugerament consonants i que, a unes orelles del s.XXI poden resultar fins i tot força musicals. De forma anàloga a les justificacions teològiques de Kepler que atribuïen al creador una clara preferència per les proporcions perfectes, podríem especular nosaltres sobre un demiurg que hagués volgut fer explícita en la seva creació la imperfecció del món material per oposició al món ideal. Aquest demiurg defensor del wabi-sabi hagués llavors expressat en les harmonies dels planetes una proporció propera a les perfectes, però no massa propera, no fos cosa que els humans confonguéssin el seu món amb el dels déus.

---

1 Concepte estètic japonès que incorpora la imperfecció com a element creatiu.

Atenent a això podem trobar algunes combinacions interessants. Si situem el centre tonal a Júpiter trobem que la Terra es troba en una relació propera a una quinta respecte a ell. Si sumem Venus, tenim una tercera menor i, amb els dos planetes anteriors, un acord menor, l'acord melancòlic per excel·lència. Mart, en aquest esquema, estaria seria una sisena menor (com també ho seria, més imperfectament, Mercuri, apropant-se a la cinquena). Així doncs, els planetes de Venus a Júpiter configurarien un inquietant acord F#m 13 i, si afegim Urà completem la seva nocturnitat jazzística amb una segona (o novena) que el transforma en un acord F# 9 13. Saturn i Plutó en aquest cas, només afegirien una major dissonància en alguns dels intervals i Neptú seria una tercera menor fallida. Si haguéssim de jutjar el creador del sistema solar per la tria de l'acord anterior, el nostre demiurg seria una divinitat melancòlica, per la sonoritat menor, inquieta, per les tensions i mandrosa, per la imprecisió i el fet de no harmonitzar correctament tots els planetes.

Si bé el nostre primer càlcul ofereix l'equivalent sonor “real” de cada planeta, el de Kepler assignava una nota inicial arbitràriament i després calculava la resta per proporcions. Abans, però, que ningú es posi a atribuir propietats pseudomístiques a notes i freqüències concretes hem de recordar que aquí l'important són les proporcions entre les notes, és a dir, la seva relació intervàlica i no tant les freqüències particulars. Al cap i a la fi, l'harmonia té a veure amb la proporció entre diferents freqüències, així que pretendre que una freqüència particular és més harmònica que altres per ella mateixa és una patranya carent de sentit. En els darrers anys han proliferat força aquest tipus de discursos i, sovint, sense base científica ni històrica alguna, s'han fet afirmacions gratuïtes sobre notes particulars amb suposades qualitats harmòniques més elevades. L'harmonia, però, és sempre una qüestió de relacions i, per tant, tots aquells que afirmen la superioritat de tal o qual freqüència sobre les altres haurien primer de definir i mostrar en relació a què.

Tornant a Kepler, quan el nostre amic alemany va veure el discutible valor harmònic d'aquest model, va descartar-lo i, convençut com estava que el Creador de l'univers no podia expressar-se en relacions tan imperfectes, continuà buscant l'harmonia per altres bandes. En les seves paraules:

*Però com que Déu no ha establert res sense bellesa geomètrica que no estigui subjecte a una prèvia llei de necessitat, deduïm fàcilment que els temps periòdics [de les orbites planetàries] tenen les seves durades apropiades i, per tant, els cossos mòvils obtenen també les seves masses d'alguna cosa anterior en l'arquetip, per tal d'expressar així el principi que ha dotat masses i períodes d'aquestes mesures, que semblen desproporcionades.*<sup>2</sup> (Harmonices Mundi, cap. IV)

## El cor planetari de Kepler

Kepler va optar per seguir buscant proporcions musicals entrant a considerar el seu descobriment que els planetes tenen òrbites el·líptiques i que es mouen més de pressa quan es troben a prop del Sol que quan es troben lluny. Kepler calcularà en primer lloc les proporcions entre els diferents semidiàmetres (radis) orbitals sense massa èxit. Caurà llavors en que aquests no són valors adequats per calcular harmonies. L'harmonia té a veure amb proporcions entre cicles posats en relació amb el temps, elements aquests que no entren en joc en els semidiàmetres de les el·lipses planetàries.

---

<sup>2</sup> Traducció lliure de la versió anglesa: “But since God has established nothing without geometrical beauty, which was not bound by some other prior law of necessity, we easily infer that the periodic times have got their due lengths, and thereby the mobile bodies too have got their bulks, from something which is prior in the archetype, in order to express which thing these bulks and periods have been fashioned to this measure, as they seem disproportionate.”

Passarà llavors a calcular les proporcions entre els arcs que descriuen els planetes durant el mateix període en els dos punts extrems de la seva trajectòria (periheli i afeli) i descobrirà, aquí sí, que molts d'ells manifesten intervals harmònics. Per exemple. La proporció entre el moviment a l'afeli i el periheli de Jupiter és el mateix que el d'una tercera menor (5:6) i el de Saturn, una tercera major (4:5), tot i que altres planetes com Venus, tenen intervals menys musicals (24:25).

Kepler es va prendre això com una indicació de que estava en la pista correcta i va continuar calculant proporcions. Aquest cop, era el torn dels moviments de planetes diferents, per parelles, quan coincidien en alguna de les seves posicions orbitals extremes, fos coincident o divergent. Va trobar així que molts dels planetes presentaven proporcions harmòniques entre ells en diverses posicions<sup>3</sup>. Es va veure obligat, doncs, a canviar l'esquema d'un planeta-una nota, per un altre en el que cada planeta “canta” un interval de notes oscil·lant continuament entre la més greu (afeli) i la més aguda (periheli) del seu registre. Situuant l'origen de l'escala arbitràriament en una nota G (sol) i assignant-la primer a l'afeli de Saturn (el planeta més greu en la seva posició més greu), Kepler és capaç de construir una escala major, usant les notes que es deriven d'altres planetes en les seves posicions extremes. Anàlogament, quan situa la nota G al periheli de Saturn (El planeta més greu en la seva posició més aguda), el resultat és que pot construir, amb la concurrència de la resta de planetes, una escala menor.

Aquesta fou la gran troballa de Kepler, el fet de constatar que les dues escales més emprades pels cants humans tenen un mirall en les proporcions planetàries. Posteriorment, elabora sobre aquesta teoria comparant el sistema solar a un cor i assignant a diferents planetes el paper de soprano, alt, tenor i baix.

No entrarem, però, a discutir en detall les completíssimes elaboracions de Kepler, recomanant, això sí, al lector interessat la lectura del *Harmonices Mundi*<sup>4</sup>, un testimoni excepcional d'un temps en el que la filosofia, la matemàtica, la poesia, la música i la mística anaven agafades de la mà.

### **Modificació de les notes planetàries en funció de les masses**

Tot i que les propostes de Kepler són satisfactòries en molts aspectes, presenten també alguns problemes pel que fa a l'analogia amb el fenomen de l'audició musical:

En primer lloc, com ell mateix assenyala, el fet que en el seu esquema cada planeta no correspongui a una nota, sino a un interval de notes, fa que les consonàncies es donguin només durant coincidències passatgeres entre posicions molt concretes dels planetes. Això vol dir que el cor celestial de Kepler desafina la major part del temps i només ocasionalment, quan els astres coincideixen fugaçment en un conjunt de posicions afortunades, “sona” un acord realment consonant.

---

<sup>3</sup> Accordingly, perfect consonances are found: between the converging movements of Saturn and Jupiter, the octave; between the converging movements of Jupiter and Mars, the octave and minor third approximately; between the converging movements of Mars and the Earth, the fifth; between their perihelial, the minor sixth; between the extreme converging movements of Venus and Mercury, the major sixth; between the diverging or even between the perihelial, the double octave: whence without any loss to an astronomy which has been built, most subtly of all, upon Brahe's observations, it seems that the residual very slight discrepancy can be discounted, especially in the movements of Venus and Mercury. (*Harmonices Mundi* Chap. 4, Johannes Kepler 1619)

<sup>4</sup> Kepler, Johannes, 1619. *The Harmony of the World*, translated by E.J. Aiton, A.M. Duncan and J.V. Field (1997). Philadelphia: American Philosophical Society. ISBN 0-87169-209-0.

En segon lloc, quan nosaltres escoltem una nota musical, l'afinació d'aquesta nota depèn de la quantitat de cicles per unitat de temps amb que la font sonora fa vibrar l'aire; i no depèn de les variacions de velocitat dintre de cadascun d'aquests cicles en particular, tal com sí passa en el model de l'alemany. Dit d'una altra manera, si escoltem un instrument que fa vibrar l'aire 440 vegades per segon, estarem escoltant una nota A (La) independentment de si, internament, cada cicle específic de les variacions en la pressió de l'aire s'alenteix o s'accelera en algun moment. I, de fet, sabem que la velocitat dels cicles individuals no és en molts casos uniforme. Les aportacions de Helmholtz<sup>5</sup> van fer possible veure ja al s. XIX que si analitzem notes aïllades amb un oscil·loscopi veurem que algunes tenen forma sinusoidal, altres de serra, altres de quadrat, altres de triangle i altres, la majoria, formes completament capricioses, indicant totes elles velocitats (o variacions de pressió de l'aire) diferents en moments diferents del cicle. Només les sinusoidals (siguin simples o compostes), pròpies d'alguns instruments de vent o generadors electrònics, correspondrien a un cicle uniforme en el seu recorregut. Però no per aquest fet, la nostra percepció de l'afinació de la resta es veu afectada el més mínim o molt menys va associada a una percepció d'interval de notes.

Imaginem per un moment a un déu, Shiva posem per cas, les orelles del qual poguessin discernir les més subtils variacions del camp gravitatori com les nostres ho fan amb les variacions de la pressió de l'aire. Imaginem que escoltés el nostre univers com qui escolta una emissora de la ràdio còsmica. I imaginem que el que per nosaltres són 5.000 anys (la durada aproximada de vint períodes orbitals de Plutó) són per ell l'equivalent d'un segon. Si Shiva escoltés aquesta música com nosaltres escoltem la nostra, les variacions de velocitat en les òrbites i el fet que les òrbites siguin el·líptiques i no circulars no afectaria per res el fet que cada planeta correspondria a una nota específica.

Per aquests motius, creiem convenient seguir elaborant sobre el primer model de traducció musical, que té en compte la velocitat mitjana dels planetes traduïda en els seus períodes orbitals i no les velocitats més o menys ràpides dels extrems de les seves trajectòries. D'alguna manera, les notes usades per Kepler per construir les seves escales no són la nota que el planeta “canta”, sino la nota que el planeta “cantaria” si viatgés sempre a la seva velocitat més ràpida i la que “cantaria” si ho fes sempre a la seva velocitat més lenta, per la qual cosa es veu obligat a considerar un interval entre els dos valors i a convertir la música del cosmos en una muntanya russa sònica.

Amb això, tornem al punt de partida i al primer esquema que, com hem vist, tenia alguns defectes. Passem doncs a considerar el possible motiu d'aquests defectes. El període orbital d'un planeta depèn obviament de la velocitat a la que es mou i de la distància a la que es troba del Sol. La velocitat per orbitar a una determinada distància depèn, al seu torn, de la massa del planeta. Quanta més massa té un planeta, més ràpid ha d'orbitar per no caure en espiral cap al Sol, però si es mogués massa ràpid, llavors escaparia a la gravetat solar i sortiria per la galàxia camí d'alguna carambola sideral. D'altra banda, quan més a prop del Sol, més intensa la força de la gravetat i, per tant, més ràpida ha de ser l'òrbita del planeta per escapar a la caiguda cap al Sol, tot i que es podria dir que orbitar és també una forma de caiguda continua, però això és ja un altre assumpte.

Si bé la gravetat és la més fonamental de les forces naturals, no podem dir que la massa dels planetes, la distància a la que es troben del Sol o la velocitat a la que es mouen puguin deduir necessàriament d'alguna llei còsmica. Més aviat, aquestes masses, posicions i velocitats, que són valors interdependents, es deriven de cadenes causals molt complexes que es remonten als temps de la formació del sistema solar: explosions d'estrelles, col·lisions entre cossos, colapses

---

<sup>5</sup> *On the Sensations of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music* (downloadable from California Digital Library) Third Edition of English Translation, based on Fourth German Edition of 1877, By Hermann von Helmholtz, Alexander John Ellis, Published by Longmans, Green, 1895, 576 pages.

d'enormes masses de matèria, impactes de meteorits, etc. I, donat que aquestes masses atzaroses són un dels factors que donen lloc als períodes orbitals, no és estrany que les proporcions que es deriven dels mateixos no siguin perfectes.

Però què passaria si agafem els períodes orbitals del nostre primer esquema i els ponderem usant la massa relativa dels planetes? Tenint en compte que la massa d'un planeta es troba en relació inversa amb el seu període orbital (quanta més massa més velocitat necessita per orbitar i menys dura el seu període), aparentment sembla possible compensar això simplement multiplicant els valors prèviament obtinguts per la massa del planeta corresponent en cada cas.

No obstant, aquesta idea és incorrecta, ja que, en realitat, la massa dels planetes té un paper pràcticament despreciable en determinar el període orbital, (amb l'excepció de planetes molt massius, com Júpiter) ja que aquesta acostuma a ser ínfima comparada amb la del Sol. D'altra banda, la fórmula matemàtica<sup>6</sup> que defineix el període orbital no és simplement inversament proporcional a la massa del planeta, sinó que la cosa es una mica més complexa i implica arrels quadrades de sumes de productes amb la constant gravitacional en les que no entrarem aquí.

Malgrat tot, permeteu-nos ara que seguim aquest raonament erroni, tal com ingènuament vam fer en la fase experimental d'aquest projecte, i veiem què en resulta.

Estimat senyor Kepler, vostè no hagués pogut realitzar aquests senzills càlculs perquè li mancaven dades, però nosaltres, els habitants del segle XXI, comptem amb l'indecent aventatge de viure després de Newton, gràcies al qual hem pogut calcular les masses dels planetes. I, per si fos poc, en tenim prou amb una consulta a la NASA via internet per saber-les. Els resultats de la nostra indulgència en l'error, estimat senyor Kepler, el faran somriure:

Si situem la tònica a Venus, tenim que Mercuri és una quarta augmentada, la Terra és una quinta; Júpiter i Neptú, una tercera major; Saturn, una tercera menor; Mart, una quarta; Urà, una segona menor i Plutó una octava. És a dir, després de realitzar aquest càlcul aparentment absurd, tots els planetes semblen encaixar dins marges raonables amb intervals musicals de l'escala cromàtica.

Hem situat la tònica a Venus, i no a Mercuri o a la Terra, perquè en l'audició d'aquest esquema Venus semblava adoptar espontàniament la funció de centre tonal; tot i que seria possible ubicar-lo en un altre planeta. Des del punt de vista mitològic, no sembla inadequat, però, que la deessa de l'amor ocupi un lloc privilegiat entre els déus. No sembla inadequat tampoc que Plutó, el déu de l'inframón, sigui una octava de Venus, com un doble ocult. Júpiter i Neptú, els déus barbuts dels llamps i dels oceans, serien també dobles l'un de l'altre (relació d'octava-uníson). Mart i Mercuri, el déu de la guerra i el missatger dels déus estan també en una relació que tendeix a assimilar-se sònicament, si bé, en rigor, respecte Venus, Mercuri s'apropa més a la quarta augmentada i Mart a la quarta justa. Entre ells dos, però, la relació tonal s'apropa més a la d'octava-uníson. Com veiem, la correspondència no és perfecta, però, en qualsevol cas, si escoltem a Venus i Plutó en conjunció amb Mercuri i Mart, tindrem la sensació d'escoltar un peculiar interval de quarta.

Si combinem, per exemple, Venus, la Terra i Júpiter, tenim un contundent acord major, en el que la parella Venus-Júpiter és un optimista interval de tercera major, mentre que Venus i la Terra (Gea, Gaia) creen un interval de quinta, el més harmoniós possible després de l'octava.

<sup>6</sup> La fórmula del període orbital depèn:  
-del semieix major de l'òrbita a al cub  
-de la constant gravitacional G  
-de les masses dels dos astres implicats, en aquest cas el Sol i el planeta corresponent.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G(M_1 + M_2)}}$$

Si preferim una atmòsfera menor, podem partir de Venus, la Terra i i Saturn. Podem sumar també a Urà, com a doble de Venus) Saturn, déu de la malenconia, també sembla molt a gust interpretant l'interval melancòlic per excelència, la tercera menor. La parella Venus-Saturn, té doncs, un caràcter més ombrívol que la de Venus-Júpiter.

Interval planetari	Interval musical	Proporció i valor teòric	Valor experimental*
Venus-Mercuri	Quarta augmentada	$45/32 = 1,40625$	$499,99 / 360,61 = 1,39$
Venus-Terra	Quinta	$3/2 = 1,5$	$544,39 / 360,61 = 1,51$
Venus-Mart	Quarta	$4/3 = 1,33$	$495,52 / 360,61 = 1,36$
Venus-Júpiter	Tercera major	$5/4 = 1,25$	$455,61 / 360,61 = 1,26$
Venus-Saturn	Tercera menor	$6/5 = 1,1851$	$439,6 / 360,61 = 1,22$
Venus-Urà	Segona menor	$25/24 = 1,0416$	$375,66 / 360,61 = 1,04$
Venus-Neptú	Tercera major	$5/4 = 1,25$	$454,29 / 360,61 = 1,26$
Venus-Plutó	Octava	$2/1 = 2$	$718,92 / 360,61 = 1,99$

\*Els resultats s'han calculat amb força més precisió de decimals que la detallada, però ho limitem aquí a un parell per major simplicitat de lectura.

Resumint, el sistema inclou els dos acords més emprats en les composicions humanes, el major i el menor. L'escala resultant és força curiosa i cromàtica, digna de Mussorgski i apta per al blues: 1, b2, b3, 3, 4, #4, 5. Si busquem més intervals mitjançant inversions, podem obtenir l'interval 7 (setena major), a partir del b2, resultant llavors l'escala octatònica següent: 1(Venus, Plutó), b2 (Urà), b3 (Saturn), 3 (Júpiter, Neptú), 4 (Mart), #4 (Mercuri), 5 (Terra), 7 (Urà invertit). Potser, al cap i a la fi, el demiurg no és tan drogo com semblava, però sens dubte té un estrany sentit de l'humor.

## Conclusions

Queden ja només per formular les preguntes difícils:

-¿Per què un procediment tant intuïtiu com erroni produeix uns resultats tan aparentment satisfactoris?

-¿Són realment tan satisfactoris els resultats o podem qüestionar-los per la seva lleugera inexactitud, pels marges d'error introduïts per les multiplicacions iteratives i per la tendència de l'oïda a acomodar el sons a formes auditives reconeixibles?

-¿Són aquestes relacions fruit de la casualitat o bé un indicador que les proporcions musicals entre planetes no es situen en el pla físic sinó que impliquen altres dimensions relacionades amb les espacials mitjançant la massa?

Deixem les respostes a aquestes preguntes a ments més versades en les arts físiques i matemàtiques. Per la nostra banda, ens donem per satisfets de poder escoltar una nou cant de la música de les esferes.

## APÈNDIX. DADES PLANETÀRIES

<b>Planeta</b>	1	1128,54799 (564,273995)
òrbita completa en dies terrestres	1	6,20863655 (397,35273)
òrbita en segons	1	56269,12144 (439,60251125)
rotació en dies terrestres	365,256622 (x2=730,513244)	6374,236413125 (398,3897758203125)
massa en 10 <sup>24</sup> kg	544,3873Hz (/2=272,19365Hz)	5,565,900,000 miles (331,75349235534667)
massa en relació terra=1	365,256622	493,483319878578171625
òrbita en relació terra=1	544,3873	446,0551157718946823529
inversa anterior paràmetre 1/x	544,3873	
radi òrbita en relació terra=1	584,000,000 miles (556,94580078125)	<b>Urà</b>
òrbita en dies T/ massa en relació terra	556,94580078125	30700,245580 (/64=479,6913371875)
transp. darrer valor propera a 400 Hz	556,94580078125	2652501218,112
transp. Orb nota real propera a 400 Hz	400	-0.71833
òrbita en dies / radi en rel Terra		86,82
nota real octav / massa en relació Terra		14,5 (inv=0,068965517)
nota real octav * massa en rel Terra	<b>Mart</b>	84,0511
nota real octa*(massa en rel T) exp2	686,993290 (/2=343,496645)	0,01189
longitud orbital (milles) (transp)	59356220,256	19,18
longitud orbital transp * massa rel T	1,02696	2117,258315 (x2=4234,51663)
longitud orbital transp / massa rel T	0,6417	(/4=529,31457875)
aproximació octavada a 400Hz mult massa rel T	0,107 (inv=9,34579439252336448598130)	414,5188Hz (/4=103,6297)
	1,881	1600,63845 (400,1596125)
	0,53163	28,5875034 (457,400055)
	1,524	6010,5226 (375,6576625)
<b>Mercuri</b>	6420,49803738317757 (x2=12840,99607)	5447,03610625 (340,439756640625)
87,969089 (x4=351,876356)	(/16=401,2811273364485981308)	11,201,300,000 miles (333,8247537612915)
7600529,2896	578,8734Hz	605,05736619234084375
58,6462	450,78299	368,358348977976
0,3301	578,8734	595
0,0553 (inv=18,08318264014466546)	61,9394538 (495,5156304)	
0,2408	56,03494512 (448,27956096)	<b>Neptú</b>
4,15282	888,000,000 miles (423,431396484375)	60226,536380 (=470,51981546875)
0,387	362,457275390625	5203572743,232
1650,45195121951219 (x2=3300,9039024)	494,662846360251	0,67125
(/8=412,6129)	342,4	102,4
565,0879 Hz		17,1 (inv=0,058479532163742690058479)
227,310307 (454,620614)	<b>Júpiter</b>	164,8882
9418,13166 (588,633229)	4334,246770 (/8=541,78084625)	0,006064
31,2493 (499,98977392)	374478920,928	30,06
32,54906304 (520,78500864)	0,4135 (a l'equador)	3501,542812 (x2=7003,085624)
223,700,000 miles (426,67388916015625)	1899	(/8=437,6928515)
377,5210569872	317,8 (inv=0,0031466331)	422,5987Hz (/8=52,824835Hz)
482,22636659149	11,8663	2003,54412 (500,88603)
353,92	0,084272	24,5696918 (393,11506)
	5,203	7268,69764 (454,2936025)
<b>Venus</b>	13,638284 (x2=27,276568)	7813,849963 (488,3656226875)
224,695600 (x2=449,3912)	(x32=436,425088)	17,562,300,000 miles (523,3973264694213)
19413699,84	367,0138Hz (/2=183,5069Hz)	559,380892664194014375
-243,0185	833,028400 (416,5142)	489,7284926029672982456
4,867	1,15485777 (591,28717)	427,5
0,815 (inv=1,226993865030674846625766)	116636,98564 (455,61322515625)	
0,615171	144793,88295465625	<b>Plutó</b>
1,625564	(565,6011052916259765625)	90631,024060 (354,027437734375)
0,723	3,037,000,000 miles (362,03861236572265)	7830520478,784
275,7001226993865 (x2=551,4002453987)	449,4369961321353834765625	-6.38722
442,4676Hz	583,2717732260855783	0,01471
310,78229	496,5625	0,0025 (inv=400)
539,59463		248,1297
360,611094	<b>Saturn</b>	0,004030
297,51521424 (595,03042848)	10765,219360 (/32=336,413105)	39,52
422,500,000 miles (402,927398681640625)	930114952,704	36252409,624 (x2=72504819,248)
328,385829859	0,44401 (sistema III)	(/2x=576,216532770)
494,3894462351	568,5	561,6544Hz (/16=35,1034Hz)
326	95,2 (inv=0,010504201)	2293,29514 (573,323785)
	29,4730	234022,666 (457,075520)
<b>Terra</b>	0,03392	1,404136 (359,458816 o 718,917632)
365,256622	9,539	0,828193112064 (424,034873376768)
31558172,1408	113,080035 (x2=226,16007)	22,698,700,000 miles (337,1939063072204)
0,99727	(x4=452,32014)	431,608200073242112
5,972	591,0622Hz (/4=147,76555Hz)	526,865478605031875
1		512